

问题提出教学对学生数学成绩和数学情感影响的实验研究

张丹¹, 姚一玲², 蔡金法^{4, 3}

(1. 北京教育科学研究院, 北京 100036; 2. 杭州师范大学教育学院, 浙江 杭州 311121;
3. 西南大学数学与统计学院, 重庆 400715; 4. 美国特拉华大学数学系, 纽瓦克 19716)

摘要: 基于一项纵向研究, 考察数学问题提出教学对学生数学学业成绩和情感的影响。其中问题提出、问题解决及计算题用于调查学生的数学学业成绩, 坚毅力和数学比喻任务用于调查学生的数学情感。经过一年的教学实验研究, 发现实验组学生在数学学业成绩和数学情感方面的提高程度都显著高于控制组学生。特别地, 相较于中校和强校, 实验组弱校学生获得了更多发展。

关键词: 问题提出; 问题解决; 数学情感; 问题提出教学

中图分类号: G420 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-9894 (2021) 01-0032-05

引用格式: 张丹, 姚一玲, 蔡金法. 问题提出教学对学生数学成绩和数学情感影响的实验研究[J]. 数学教育学报, 2021, 30(1): 32-36.

发展学生的问题提出意识和能力, 无论是在中国的数学课程标准还是全美数学教师联合会(NCTM)颁布的系列数学课程文件中都被作为课程目标所强调, 而且近几年研究者也越来越重视问题提出的教育价值, 也有越来越多的学者把问题提出作为一种教学手段应用于数学课堂教学中。蔡金法等人指出, 问题提出能够提供给学生更多的学习机会, 从而促进学生的数学学习^[1-2]。那么, 在课堂中如何运用问题提出开展教学, 以及问题提出教学对学生数学学习的影响及背后的机制仍然需要更多研究来揭示。因此, 文章基于一项纵向教学实验研究, 揭示运用问题提出教学对学生数学学习的影响, 从而进一步阐释问题提出的价值。研究问题为: 问题提出教学实验对学生数学学习的影响如何?

1 理论基础

1.1 问题提出与学生数学学习

问题提出既可以作为课程和教学目标, 也可以成为一种教学手段^[1]。事实上, 问题提出教学早在1945年波利亚的《怎样解题》一书中就有所体现, 他将问题提出视为问题解决过程中的一部分, 并举例说明了如何根据已知条件提出类似问题, 以便于解决现有问题或解决对现有问题进行变式的问题^[3]。作为一种教学手段, 问题提出能够促进学生的数学学习、创造力, 以及数学积极情感的发展^[4-8]。自《义务教育数学课程标准(2011年版)》明确强调要培养学生的问题提出能力以来, 无论是教材还是课堂教学都在一定程度上开始突出问题提出的培养目标。但课堂中所使用的有限的问题提出教学大部分是为了问题解决教学服务的, 教师更多的是将问题提出作为帮助学生解决问题的工具, 而较少关注问题提出教学对学生数学学习过程的其它影响, 也很少将问题提出作为一种教学目标或独立的教学手段应用在教学过程中。

学生的问题提出能力与其问题解决能力之间存在显著相关性。相较于问题解决, 问题提出是一种更为主动的学习方式, 学生在自己提出问题后, 还可以与同伴的问题进行比较, 或解决自己和同伴提出的问题, 这些学习任务有助于学生积极和持续地参与到数学学习过程中。而且, 尽管不同的学生所提的问题在广度、综合程度、挑战性上有所不同, 但他们几乎都能参与到问题提出的数学活动中, 这也有助于激发学生的数学学习兴趣和自信心等, 学生也普遍反映喜欢这样的学习方式^[1, 9-11]。

1.2 从教师问题提出教学的学习到教师问题提出教学的实践

培养学生发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力是中国数学课程标准的主要目标之一。《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》在描述数学学科核心素养时强调, 从实际情境中发现和提出问题是学生建模能力, 乃至学业质量水平的重要组成要素。课标不仅提倡在课程和教学过程中要涉及更多的问题提出活动, 还特别提出要运用问题提出进行数学教学与评估。此外, 2020年修订版标准还指出教师自己需要习惯于发现和提出数学问题, 并且要提高为学生创造问题提出学习环境的能力^[12]。然而, 通过对教材中问题提出内容的分析发现, 中国教材中只涉及到很少部分的问题提出任务^[13]。研究者还发现, 教材中仅有的少部分问题提出任务在内容的分布上也不均匀, 主要集中在数与运算部分, 而在代数、几何和测量内容上很少运用问题提出^[13]。

由于教材只涉及到很少部分的问题提出任务, 有研究者试图探索能够帮助教师运用问题提出进行教学的方法和更多的素材。由蔡金法发起的一项纵向研究主要关注教师如何运用问题提出开展数学教学。目前为止, 他们发现教师如果对问题提出以及运用问题提出进行教学的信念有了改变, 那么他们在问题提出以及运用问题提出进行教学的能力方面都会

收稿日期: 2021-01-02

基金项目: 北京市教育科学“十三五”规划2018年重点课题——小学数学“问题引领学习”的教学实践研究(CADA18066); 西南大学引进人才(教育部“长江学者”讲座教授)计划项目(SWU118118)

作者简介: 张丹(1972—), 女, 北京人, 教授, 主要从事数学课程与教学论研究。蔡金法为本文通讯作者。

有明显的提升^[14-15]。因此, 研究中涉及到的教师也参与并学习了如何提出问题以及如何运用问题提出开展数学教学。

1.3 促进教师运用问题提出教学的策略

尽管数学课程标准将学生发现和提出问题能力的培养视为重要目标, 但目前的课程中依然只涉及较少的问题提出活动, 这也影响了教师在教学实践中设计和实施问题提出教学任务。另一方面, 鉴于问题提出的重要教育价值, 课堂实施不能等待课程完善后才开始, 而应帮助教师开发问题提出的教学资源并进行实施。为此, 蔡金法提出了促进教师开展问题提出教学的 3 个策略: (1) 帮助教师修改已有的教学资源, 为学生创建问题提出机会; (2) 在课程材料中包含问题提出的案例以支持教师的教学和学生的学习; (3) 鼓励学生自己提出不同难度问题来拓展问题提出任务的范围^[16]。这些策略既克服了问题提出教学任务不足的难点, 同时又不会增加教师的过多负担。

首先, 在教师已有教学资源基础上开发或创建问题提出机会, 这有助于教师从“传统教学”方式(这里指不包含或很少包含问题提出活动的教学)顺利过渡到以问题提出为重要手段的新的教学方式, 而且从自己熟悉的教学资源中设计问题提出学习任务, 会因为相对节省工作量和容易操作而使教师更愿意尝试。教师可分析教材或其它教学资源中数学问题的形式, 通过删除部分条件或结论来创建问题提出任务, 也可以将自己已经准备好的问题情境提炼出来, 鼓励学生尝试提出问题。也就是说, 在采用问题提出进行教学的初期, 教师可将原本设计的教师提问的机会转移给学生, 鼓励他们自己提出问题, 将学生从较为被动的问题解决者变为更为主动的问题提出者。

其次, 在学习材料中包含问题提出案例, 既可以帮助教师设计有关问题提出的活动, 又便于学生先阅读和理解他人的案例, 然后再提出自己的问题。虽然课程标准和数学教材中都有问题提出活动或任务, 但对教师和学生而言, 问题提出仍然是较为陌生的学习任务。因此, 在学习材料中提供问题提出的案例, 有助于教师和学生初步了解问题提出的方式和问题呈现的形式。

最后, 学生自己提出角度和难度等不同的问题, 既能鼓励学生主动思考条件和问题之间的关系, 还能促使学生集中注意力提出更高认知要求的数学问题^[16]。从不同角度或难度提出不同问题有助于学生多角度、更深入地思考问题情境, 而且问题提出的过程同时也是学生思考解决方案的过程, 因此, 提出更为复杂的问题同时也是培养学生问题解决能力的有效方式^[17]。此外, 教师也可通过学生提出的问题了解学生的数学理解类型和水平, 从而设计更有针对性的教学^[15]。

基于以上策略, 实验研究采用在教师已有教学资源基础上开发或创建问题提出机会, 鼓励学生自己提出角度、难度等不同的数学问题, 从而达到为学生提供更多学习机会的目的。

2 研究设计

2.1 样本及实验过程

(1) 样本。

为了验证运用问题提出教学对学生数学学习的影响, 项目

采用实验组与对照组的形式开展研究。其中, 实验组来自 3 所程度不同学校(强校、中校、弱校)的四年级学生, 相对应的对照组同样来自另外 3 所程度不同学校的四年级学生。这里对学校强弱的划分, 主要参照了学校所在区域质量检测的成绩。初始样本数量为 1 307 人, 删掉前后测共同缺失的 17 人, 并删除缺少至少两个任务数据的样本 22 人, 共删除 39 人, 剩余的有效样本总数为 1 268 人(表 1)。随后用均值填补缺失值。

表 1 实验项目的样本信息

组别	学校类型	班级数	样本数		合计
			男生	女生	
实验组	强校	12	257	232	489
	中校	4	79	60	139
	弱校	6	136	122	258
对照组	强校	4	88	86	174
	中校	4	85	65	150
	弱校	2	29	29	58
合计		32	674	594	1 268

(2) 实验过程。

这一研究是一项为期 3 年的追踪实验研究(四年级到六年级), 这里只报告第一年以问题提出为主要教学手段的教学实验。具体过程和方式如下。

首先, 项目组实验教师参与了为期 3 天的问题提出工作坊, 通过集体备课, 整体设计了四年级的问题提出任务。问题提出任务的设计流程为: 思考重点单元的核心要点, 搭建单元学习任务的基本框架; 根据核心要点找到问题提出的关键点, 围绕核心要点设计问题提出学习任务; 设计基于学生经验、有一定挑战性的问题情境, 并设计恰当的提示语鼓励学生问题提出; 预设学生可能提出的问题及解决方法, 反思问题提出任务的合理性并适当调整。

在四年级一个学年中, 教师先后在认识更大的数及数位、大数的读写及比较大小、平移与平行、角的度量、三位数乘两位数、有趣的算式、乘法分配律、商不变的规律、小数的意义、小数的数位、小数的加减法、三角形边的关系、字母表示数等内容中实施了 19 课时的问题提出教学; 同时鼓励学生完成了“寻找生活中的速度问题”“栽种蒜苗中的问题”的两次长作业。“寻找生活中的速度问题”持续了一周, 首先鼓励学生收集生活中有关速度的素材, 在此基础上根据这些素材每人提出一个数学问题。比如一位同学根据“猎豹奔跑时的最高速度可以达到 110 千米/时”, 提出了一个数学问题: “如果猎豹保持最高时速 10 秒, 它可以奔跑多少千米?” 学生提出问题后分小组交流问题并解决, 然后小组推选出一个问题将其修改为更为挑战的数学问题。比如上面的问题经过小组讨论后修改为: “一只猎豹想吃羚羊, 它们相距 100 米。猎豹的速度为 110 千米/时, 藏羚羊的速度为 80 千米/时。如果猎豹追了藏羚羊 10 秒, 藏羚羊也逃跑了 10 秒, 此时猎豹追上藏羚羊了吗?” 最后, 小组把修改后的问题分享给全班的同学, 大家共同尝试解决。

“栽种蒜苗中的问题”这个活动源于教材, 鼓励学生去栽蒜苗, 收集和分析数据。首先让孩子在家里进行了第一次栽蒜苗活动, 并组织学生分享交流。学生发现蒜苗生长受到很多因素的影响, 于是统一变量, 购买同批的大蒜, 各组

在教室同一地点统一尝试水培蒜苗,各小组观察记录了本组蒜苗 1~14 天每两天的高度数据,围绕着这些数据,学生纷纷提出数学问题,比如“第 14 天哪组的蒜苗长得最高,哪组长得最矮?相差多少?”“第 4 组的蒜苗从哪天开始超过了第 2 组的蒜苗?”“第 14 天每组蒜苗的高度都不一样,怎么描述蒜苗高度的一般情况?”在此基础上,学生们通过一周的时间利用画条形统计图、折线统计图、计算平均数等方法尝试解决提出的问题。

2.2 工具及编码说明

研究中使用 5 套工具调查学生的数学成绩和数学情感,数学成绩包括 3 套试题:问题解决、问题提出、计算问题;数学情感包括两套问卷:坚毅力和数学比喻。由于这里只呈现实验组和对照组被试在整体得分上的前后测差异,所以只对整体定量评分标准进行简要说明,其它具体编码方式将不再赘述。

(1) 问题解决测试卷:包含 4 个问题,每个问题都要求被试写出答案及其解决过程。需要说明的是,前后测的第一题不同,但属同类型问题。根据表 2 中的评分标准进行评分。

表 2 问题解决任务的评分标准

得分	说明
0 分	完全没有理解问题情境,没有尝试或者完全没有解决问题的方案,或者只给出了无关作答。
1 分	只有限地理解了问题情境,尝试解决问题但没有给出有效策略;或者只是给出了答案,没有解决问题的任何过程。
2 分	对于问题情境有部分理解,探索出部分有效的策略但不能完整解决问题,表达不完整或存在错误。
3 分	理解问题情境,探索出有效的策略解决了问题并进行了清晰表达,但解决问题的过程存在着一点遗漏或偏差。
4 分	完全理解问题情境,探索出完整、有效的策略解决了问题,并清晰地表达了解决问题的过程。

(2) 问题提出测试卷:包括 4 个问题,每一个问题都需要学生提出 3 个难度不同的问题。其中前测试卷的第 2、3 两题与后测试卷的 2、3 两题相同,前后测试卷的第 1、4 两题分别属于同类型但不相同的问题,因此在研究中仅分析第 2、3 题。被试所提出的每一个问题都包含 9 个方面的编码:数学特征、与题目的关联性、可解性、语言复杂性、语义复杂性、数学复杂性、新颖性、情境、数学表达。最后,再根据被试在每个任务上的总体表现给出一个整体的定量评分,标准如表 3。

表 3 问题提出任务的定量评分标准

得分	说明
0 分	全部空白或 3 个都不是数学问题。
1 分	提出了数学问题,但都没有达到“正确、可解且与情境相关”。
2 分	只提出了 1 个正确且可解、与情境相关的数学问题。
3 分	只提出了 2 个正确且可解、与情境相关的数学问题。
4 分	提出了 3 个正确且可解、与情境相关的数学问题。

(3) 计算题:包含 16 道多项选择题,答对记 1 分,答错记 0 分。

(4) 坚毅力量卷:包含 12 个问题,每个问题的选项都是从 1“非常不符合”到 5“非常符合”的 5 级量表。其中有 7 个问题为反向题,其余 5 个问题为正向题。将反向题的计分方式转换后,在每一个问题上的得分越高,表示被试的数学学习坚毅力量越好。

(5) 数学比喻问卷:包含 3 个任务,分别要求参与者将

数学比作一种动物、食物和颜色,并说明原因。通过被试的 3 个比喻,根据表 4 中的评价标准进行评分,得分越高表示被试越喜欢数学。

表 4 将数学进行比喻的任务的评分标准

等级(分)	描述	举例
1	非常消极	就像臭鸡蛋,这太恶心了,我讨厌它。
2	中等消极	棕色是我不喜欢的颜色,数学是我不喜欢的课。
3	中性或矛盾	就像蔬菜一样,我不喜欢它,但我知道我需要它。
4	比较积极	我喜欢数学就像我喜欢吃蛋糕一样。
5	非常积极	紫色是我最喜欢的颜色,它能带给我激情,这就是我对数学的感觉。

3 结果

表 5 表示实验组和对照组学生分别在 5 类任务上的均值及其前后测差异(括号中为标准差)。实验组中,学生在计算题和问题提出任务上的后测表现显著高于前测,并且在两个数学情感任务,即坚毅力和数学比喻任务上有显著提高。但在问题解决任务上,实验组学生的前后测无显著差异。

表 5 实验组学生分别在 5 个任务上的均值及其前后测差异

任务	实验组(N=886)		
	前测(SD)	后测(SD)	t
问题解决	12.39(3.16)	12.52(3.35)	1.19
问题提出	7.05(1.59)	7.35(1.03)	5.29***
计算题	14.31(2.37)	14.76(2.31)	7.43***
坚毅力	3.83(0.62)	3.96(0.67)	6.33***
比喻问题	3.64(0.66)	3.82(0.56)	6.71***

注:*表示 $P < 0.05$, **表示 $P < 0.01$, ***表示 $P < 0.001$ (下同)

为了进一步揭示问题提出对学生数学成绩和情感的影响作用,对实验组和控制组学生的前后测差值(即 1 学年前后的表现差值)进行了比较分析。结果表明,实验组学生在问题解决($P < 0.001$)、问题提出($P < 0.001$)、计算题($P < 0.001$)、以及数学比喻任务($P < 0.05$)上的增长程度显著高于控制组学生。但在坚毅力任务上的增长程度,两组学生无显著差异。

表 6 为实验组 3 类学校学生在 5 个任务上的前后测差异。整体来看,弱校学生在问题解决和两个数学情感任务上的提高程度要高于强校和中校,但在问题解决和计算题上强校和中校学生的提高程度要好于弱校学生。

表 6 实验组 3 类学校学生在 5 个任务上的前后测差异

任务	学校类型	前后测均值(标准差)		
		前测(SD)	后测(SD)	t
问题解决	强校	12.53(3.30)	13.08(3.21)	3.91***
	中校	12.13(3.06)	11.75(3.35)	1.34
	弱校	12.25(2.93)	11.85(3.40)	1.92
问题提出	强校	7.16(1.51)	7.34(0.96)	2.47*
	中校	6.81(1.73)	7.17(1.27)	2.22*
	弱校	6.97(1.64)	7.46(0.98)	4.84***
计算题	强校	14.45(2.34)	15.02(2.19)	7.11***
	中校	13.96(2.58)	14.45(2.28)	3.36***
	弱校	14.24(2.31)	14.45(2.48)	1.73
坚毅力	强校	3.84(0.62)	3.98(0.66)	5.25***
	中校	3.82(0.59)	3.95(0.69)	2.37*
	弱校	3.82(0.64)	3.94(0.67)	2.88**
比喻问题	强校	3.68(0.68)	3.75(0.52)	2.19*
	中校	3.68(0.64)	3.85(0.71)	2.33*
	弱校	3.56(0.64)	3.93(0.53)	8.32***

为了进一步考察问题提出教学对不同学生数学学业表现和情感的影响作用, 分别将实验组和对照组学生在前测各个任务上的表现进行排名, 并分别取在各个任务上排名最前和最后 25% 学生的变化程度进行分析 (表 7)。首先, 在实验组, 除了排名前 25% 学生在计算题上的前后测无显著差异

表 7 实验组前测前后 25% 学生在 5 个任务上的前后测均值及其差异

	前测排名最后 25% (N=222)			前测排名最前 25% (N=222)		
	前测	后测	t	前测	后测	t
问题解决	8.77 (3.16)	9.55 (3.69)	2.63**	15.19 (0.93)	14.73 (1.84)	3.41**
问题提出	5.99 (2.25)	7.08 (1.36)	7.14***	7.75 (0.52)	7.52 (0.81)	3.61***
计算题	12.35 (3.55)	13.00 (3.78)	3.67***	15.60 (0.68)	15.70 (0.60)	1.66
坚毅力	3.49 (0.56)	3.64 (0.68)	3.23**	4.12 (0.58)	4.24 (0.56)	3.35**
比喻问题	3.57 (0.63)	3.75 (0.57)	3.64***	3.74 (0.63)	3.84 (0.54)	2.04*

注: 5 个任务的分值范围 (问题解决: 0~16; 问题提出: 0~8; 计算题: 0~16; 坚毅力: 0~5; 数学比喻: 0~5)

其次, 对实验组和对照组在 5 个任务上分别排名前后 25% 学生的前后测差值进行了比较 (表 8)。结果发现, 实验组前后 25% 学生在问题解决、问题提出以及计算题上的前后测差值存在显著差异, 其中排名后 25% 学生在这 3 个任务上的提高程度显著高于排名前 25% 的学生, 但在数学情感两个

表 8 实验组和对照组排名前后 25% 学生的前后测差值的差异分析

任务	实验组前测前后 25% 学生			对照组前测前后 25% 学生		
	前 25% 学生前后测差值 (SD)	后 25% 学生前后测差值 (SD)	t	前 25% 学生前后测差值 (SD)	后 25% 学生前后测差值 (SD)	t
问题解决	-0.47 (2.04)	0.77 (4.37)	3.83***	-1.35 (2.48)	-0.44 (7.32)	1.16
问题提出	-0.23 (0.95)	1.09 (2.27)	7.98***	-0.26 (1.16)	0.08 (1.28)	1.94
计算题	0.10 (0.89)	0.65 (2.65)	2.95**	-0.39 (1.13)	0.24 (2.79)	2.05
坚毅力	0.12 (0.54)	0.15 (0.68)	0.45	0.09 (0.36)	0.11 (0.56)	0.31
比喻问题	0.10 (0.73)	0.18 (0.76)	1.21	0.16 (0.8)	0.17 (0.73)	0.06

注: “-” 表示学生前后测的均值差

4 讨论

目前关于问题提出的研究大部分都限于理论分析或调查研究, 较少有研究将问题提出作为一种教学手段, 考察其对学生数学学习和教师专业发展的作用。而有研究者指出, 问题提出不仅可以作为数学教学目标, 同时也可作为一种教学手段来促进学生的数学学习^[1]。因此, 这里将问题提出作为一种教学手段考察其对学生数学学习的影响作用。经过一年的教学实验, 实验组学生从前测到后测在数学成绩上有显著提高, 而且值得注意的是, 这一影响对不同成绩表现的学生有着不同的作用。此外, 实验组学生不仅在数学学业成绩上有显著改进, 还在数学情感上有明显提升, 这一结果非常鼓舞人心。由于这是一个为期 3 年的跟踪研究, 后续的实验结果也将更加让人期待。从第一年的结果来看, 学生在数学成绩和情感上均有显著提高, 其中主要的原因是问题提出教学为学生提供了更多的学习机会。但限于篇幅, 详细的实验方法和过程将在未来做进一步报告。

外, 在其它 4 个任务 (问题解决、问题提出、坚毅力、比喻问题) 上的前后测均存在显著差异。然而, 排名前 25% 学生在问题解决和问题提出上的前测均值要显著高于后测, 即他们在这两个任务上的表现有明显下降。

任务上的变化程度均无显著差异。同时, 对照组的前后 25% 学生在 5 个任务上的变化程度也均无显著差异。也就是说, 问题提出教学对排名靠后学生的数学学业表现有更为显著的积极影响, 而对排名靠前学生的数学学业表现及数学情感影响作用相对来说较低。

此外, 研究还采用两种角度分析了问题提出教学对不同学业表现学生的影响程度。一种是根据学校的整体水平, 将其划分为强校、中校和弱校, 另一种则是选取在各个任务上表现最好和最差的 25% 学生进行对比。整体来看, 问题提出教学对学校水平较弱的学生或学业表现相对较差学生的影响更为显著。可能的原因主要有两个方面: 一是程度较弱学生改进的空间更大, 因此实验效果也就更为明显; 二是问题提出教学能够让学生积极参与到教学活动中, 尤其可以促进程度较弱学生的课堂参与, 从而对他们的数学学习及数学情感都产生了积极的影响作用。这一分析也会在未来两年的实验结果产生后加以进一步验证。

研究基于数学学习结果的综合性^[18-19], 采用 5 类任务测试教学实验效果。结果表明, 多种类任务测试不仅可行而且非常必要, 尤其需要将学生的非认知因素纳入到考察范围中, 从认知和非认知两个综合层面考察学生的学习结果^[13, 20]。

[参考文献]

- [1] 蔡金法, 姚一玲. 数学“问题提出”教学的理论基础和实践研究[J]. 数学教育学报, 2019, 28(4): 42-47.
- [2] CAI J, HWANG S, JIANG C, et al. Problem-posing research in mathematics education: Some answered and unanswered questions [M] // Mathematical Problem Posing. New York, NY: Springer, 2015: 3-34.
- [3] POLYA G. How to solve it: A new aspect of mathematical method [M]. Princeton: Princeton University Press, 1945: 20-57.
- [4] CRESPO S. Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices [J]. Educational Studies in Mathematics, 2003, 52(3): 243-270.

- [5] KNOTT L, OLSON J, ADAMS A, et al. Task design: Supporting teachers to independently create rich tasks [M] // Margolinas C. Task design in mathematics education. Oxford, UK, 2013: 599–608. doi: <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00834054>
- [6] LEUNG S S, SILVER E A. The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers [J]. *Mathematics Education Research Journal*, 1997, 9 (1): 5–24.
- [7] YUAN X, SRIRAMAN B. An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities [M] // SRIRAMAN B, LEE K H. The elements of creativity and giftedness in mathematics advances in creativity and giftedness. Sense Publishers, 2011: 142.
- [8] National Council of Teachers of Mathematics. Principles and standards for school mathematics [M]. Reston, VA: NCTM, 2000: 20–30.
- [9] NICOLAOU A A, PHILIPPOU G N. Efficacy beliefs, problem posing, and mathematics achievement [J]. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 2007, 29 (9): 308–317.
- [10] AKAY H, BOZ N. The effect of problem posing oriented analyses-II course on the attitudes toward mathematics and mathematics self-efficacy of elementary prospective mathematics teachers [J]. *Australian Journal of Teacher Education*, 2010, 35 (1): 59–75.
- [11] 张丹, 刘晓. “问题引领学习”的构建及单元教学研究[J]. *数学教育学报*, 2018, 27 (5): 42–47.
- [12] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 4–10.
- [13] CAI J, JIANG C. An analysis of problem-posing tasks in Chinese and U.S. elementary mathematics textbooks [J]. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2017, 15 (8): 1 521–1 540.
- [14] CAI J, CHEN T, LI X, et al. Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' problem posing and lesson design [J]. *International Journal of Educational Research*, 2020 (102): 101–404.
- [15] LI X, SONG N, HWANG S, et al. Learning to teach mathematics through problem-posing: Teachers' beliefs and performance on problem posing [J]. *Educational Studies in Mathematics*, 2020 (105): 325–347.
- [16] 许天来, 蔡金法. 作为教学目标和教学手段的数学问题提出[J]. *小学教学(数学版)*, 2019 (10): 9–14.
- [17] CAI J, HWANG S. Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research [J]. *International Journal of Educational Research*, 2019 (1): 1.
- [18] CAI J. A cognitive analysis of US and Chinese students' mathematical performance on tasks involving computation, simple problem solving, and complex problem solving [J]. *Journal for Research in Mathematics Education*, 1995 (7): 1–151.
- [19] CAI J. What research tells us about teaching mathematics through problem solving [M] // LESTER F. Research and issues in teaching mathematics through problem solving. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2003: 241–254.
- [20] 姚一玲. 学生主观幸福感及其对数学成绩的影响[D]. 上海: 华东师范大学, 2016: 193.

Exploring the Impact of Teaching through Problem Posing on Students' Mathematical Performance and Disposition

ZHANG Dan¹, YAO Yi-ling², CAI Jin-fa^{4,3}

(1. Beijing Academy of Educational Sciences, Beijing 100036, China;

2. College of Education, Hangzhou Normal University, Zhejiang Hangzhou 311121, China;

3. School of Mathematics and Statistics, Southwest University, Chongqing 400715, China;

4. Department of Mathematics, University of Delaware, Newark DE 19716, USA)

Abstract: This paper is part of a longitudinal study examining the impact of teaching through problem posing on students' mathematical performance and disposition. Mathematical performance is measured using tasks involving problem posing, problem solving, and computation. Mathematical disposition is measured using items related to mathematical perseverance and metaphors. This paper reports on initial findings after 1 year of the experiment. It was found that students in the experimental group performed significantly better than students in the control group. In particular, students from below average schools tended to gain the most over the course of the 1-year experiment.

Key words: problem posing; problem solving; mathematical disposition; teaching mathematics through problem posing

[责任编辑: 周学智、陈汉君]